

Aufgabe 4.

Für welche $a \in \mathbb{R}$ hat das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & a \end{pmatrix} \cdot x = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

genau eine Lösung $x \in \mathbb{R}^3$ und wie lautet diese jeweils? Wie sieht die Lösungsmenge für diejenigen a aus, für die das Gleichungssystem nicht eindeutig lösbar ist?

Lösungshinweise.

Durch elementare Zeilenumformungen erhalten wir das äquivalente System

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Dieses Gleichungssystem ist für $a \neq 0$ eindeutig lösbar mit Lösung $(-5, 2, \frac{-1}{a})$. Für $a = 0$ besitzt das Gleichungssystem keine Lösung.